Molle

Quando si debbano attenuare gli effetti di urti o si voglia riportare un elemento di macchina nella posizione iniziale, o regolare la pressione di organi a contatto, oppure esaltare o ridurre effetti vibratori, si rende necessaria l'adozione di un collegamento elastico.
Nelle macchine molti collegamenti elastici si realizzano con le molle, organi meccanici che possono deformarsi elasticamente sotto l'azione dei carichi applicati e riprendere le loro dimensioni iniziali quando questa azione cessa.
In base alla **sollecitazione predominante** tra quelle a cui sono sottoposte, le molle si distinguono in **molle di flessione** e **molle di torsione**.
Per qualunque tipo di molla gli elementi caratteristici sono la **freccia elastica** *f*, proporzionale al carico *F* (fig. 1):

$$f = k \cdot f$$

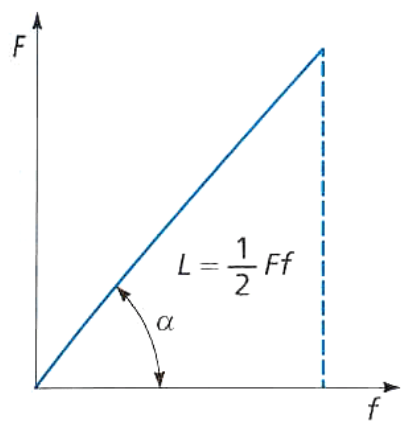

Fig. 1. *Caratteristica di una molla.*

e la costante:

$$k = \frac{F}{f} \qquad [1]$$

detta **parametro di rigidità** (N/mm) della molla.

1. Molle a elica

Le molle a elica appartengono al categoria delle molle di torsione; si costruiscono generalmente con fili a sezione circolare, ma anche con profilati a sezione rettangolare, avvolti a elica cilindrica di norma a passo costante e in qualche caso a passo variabile (fig. 2).

Tensioni

In condizioni di lavoro normali il carico *F* agisce lungo l'asse longitudinale della molla, con un braccio uguale al raggio medio $R = \frac{D}{2}$ della molla. Il filo è sollecitato a torsione, taglio, flessione e trazione. Tuttavia la sollecitazione predominante è la torsione, che da sola rappresenta il 98% della sollecitazione totale.
Detto *d* il diametro del filo, il modulo di resistenza a torsione è:

$$W_t = \frac{\pi \cdot d^3}{16}$$

Non tenendo conto che la molla è una trave ad asse curvo la tensione teorica risulta:

$$\tau = \frac{M_t}{W_t} = \frac{16 \cdot F \cdot R}{\pi \cdot d^3} = \frac{8 \cdot F \cdot D}{\pi \cdot d^3} \qquad [2]$$

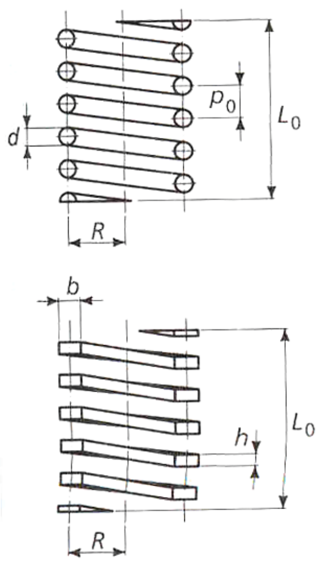

Fig. 2. *Molle a elica a passo costante.*

Studi condotti da Göhner e Wahl hanno dimostrato che la tensione massima si verifica in corrispondenza al raggio interno. Il suo valore, che chiameremo tensione massima corretta τ_k, si ottiene moltiplicando la tensione massima teorica per il fattore di Wahl:

$$\chi = \frac{4C - 1}{4C - 4} + \frac{0{,}615}{C} \qquad [3]$$

ove $C = \frac{D}{d}$ è il rapporto di avvolgimento. Pertanto per i calcoli si deve assumere:

$$\tau_k = \chi \cdot \frac{8 \cdot F \cdot D}{\pi \cdot d^3} \qquad [4]$$

Dati costruttivi

La rappresentazione grafica e i dati costruttivi di una molla a elica in compressione sono riportati nella figura 3. Le spire estreme della molla sono avvolte con inclinazione minore e successivamente molate per realizzare un piano d'appoggio.
Salvo prescrizioni contrarie questa operazione viene eseguita a partire dal filo di diametro d = 2 mm. Per molle con rapporto d'avvolgimento $C = \frac{D}{d} \geq 12$ il piano d'appoggio si presenta bene anche senza molatura. Le molle in trazione, invece, hanno un attacco a occhiello.

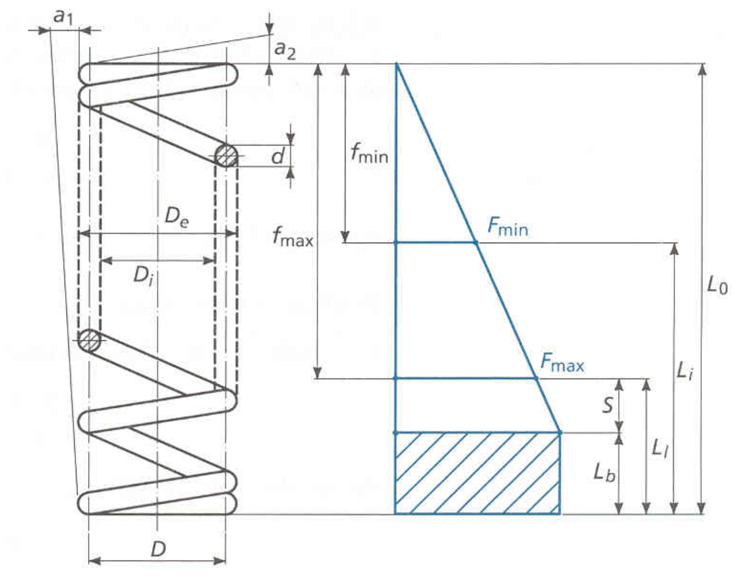

Fig. 3 - Dati costruttivi di una molla a elica.

D = diametro di avvolgimento (mm)
d = diametro del filo (mm)
D_e = diametro esterno (mm)
D_i = diametro interno (mm)
D/d = rapporto di avvolgimento; deve essere $4 \leq C \leq 20$.
Il valore ottimo è compreso tra 7 e 12. Con valori inferiori a 7 la molla è molto rigida e molto sollecitata. Con valori superiori a 12 la molla è molto flessibile e poco sollecitata, ma si ha spreco di materiale.
i = numero di spire utili o attive
$i_t = i + 2$ = numero delle spire totali; deve risultare come minimo $i_t \geq 3$.
L_0 = lunghezza libera della molla (mm)
L_i = lunghezza di lavoro iniziale della molla (mm)
L_l = lunghezza di lavoro della molla (mm)
L_b = lunghezza a bloccodella molla (mm)
f = freccia totale (mm)
f/i = freccia della spira utile (mm)
F_{min} = carico della posizione di lavoro iniziale (N)
F_{max} = carico massimo di lavoro (N)
g = gioco tra le spire (mm)
p_o = passo dell'elica a molla libera (mm)
p = passo dell'elica a molla sotto carico di lavoro (mm)
a_1 = scostamento ammesso sull'ortogonalità tra l'asse longitudinale della molla e i piani terminali
a_2 = scostamento ammesso sul parallelismo dei piani terminali.

Dimensionamento

Il dimensionamento di una molla a elica consiste nella determinazione del diametro di avvolgimento D, del diametro del filo d e del numero di spire utili i.
Essendo tre le incognite e disponendo di due sole equazioni, si deve fissare il valore di una delle grandezze incognite. Generalmente, in base a considerazioni d'ingombro, si fissa il diametro D. Scelto un valore opportuno del rapporto d'avvolgimento C, si calcola il diametro del filo:

$$d = \frac{D}{C}$$

Poiché la molla deve realizzare il voluto valore della freccia f sotto l'azione di un carico noto F, scelto il materiale da usare (e quindi noto G), si calcola il numero di spire utili:

$$i = \frac{G \cdot d^4 \cdot f}{8 \cdot f \cdot d^3}$$

Si eseguono poi le necessarie verifiche.

Verifica di resistenza

Per molle con $d \leq$ 10 mm deve risultare:

$$\tau_k = \chi \cdot \frac{8 \cdot F \cdot D}{\pi \cdot d^3} \leq \tau_{adm}$$

Per molle di forte sezione sollecitate staticamente deve risultare:

$$\tau_{k\,\max} \leq \tau_{adm} = \frac{0{,}576 \cdot R}{1{,}5} = \frac{\tau_s}{1{,}5}$$

per la loro verifica a fatica vale la relazione:

$$\frac{\tau_{k\,\max} - \tau_{k\,\min}}{2} \leq \tau_{adm} = \frac{\tau'_{LFi}}{1{,}5}$$

Quando la verifica è soddisfatta, se è data la lunghezza di lavoro si ricava la lunghezza libera:

$$L_o = L_\ell + f$$

e si verifica che sia:

$$\frac{L_0}{i} \geq \frac{D}{2{,}5}$$

In caso contrario si riduce il numero di spire utili e si riprende il calcolo dall'inizio dopo aver corretto C e χ.

Esercizio

Dimensionare una molla per valvola disponendo dei seguenti dati:

- *materiale: acciaio 50 Cr V 4 UNI 3545*
- *carico massimo di lavoro $F_{\max}$ = 130 N*
- *diametro del foro di alloggiamento Φ = 23 mm*
- *lunghezza di lavoro iniziale L_i = 34,5 mm*
- *rigidezza K = 12 N/mm*
- *alzata massima valvola h = 4,5 mm*

Scelto un diametro d'avvolgimento D = 16 mm e un rapporto $C = \frac{D}{d} = 7$ risulta:

$$d = \frac{D}{C} = \frac{16}{7} = 2{,}3 \text{ mm}$$

Il diametro esterno:

$$D_e = D + d = 18{,}3 \text{ mm}$$

è compatibile con il diametro Φ = 23 mm del foro di alloggiamento.
La freccia sotto carico è data da:

$$f = \frac{F_{\max}}{k} = \frac{130}{12} = 10{,}83 \text{ mm}$$

Assunto dai manuali G = 77470 N/mm^2, il numero delle spire utili risulta:

$$i = \frac{77470 \cdot 2{,}3^4 \cdot 10{,}83}{8 \cdot 130 \cdot 16^3} = 5$$

Verifica di resistenza

Dal diagramma dell'acciaio legato 50 Cr V 4 a pag. 381 del *Vademecum per disegnatori e tecnici - 11a edizione*, in corrispondenza della curva servizio pesante, per d = 2,3 mm si ricava:

$$\tau_{adm} = 520 \text{ N/mm}^2$$

Il coefficiente di Wahl risulta:

$$\chi = \frac{4 \cdot 8 - 1}{4 \cdot 8 - 4} + \frac{0{,}615}{8} = 1{,}18$$

e la tensione massima corretta:

$$\tau_k = 1{,}18 \cdot \frac{8 \cdot 130 \cdot 16}{\pi \cdot 2{,}3^3} = 514 \text{ N/mm2} < \tau_{adm}$$

La lunghezza di lavoro è data da:

$$L_f = L_i - h = 34{,}5 - 4{,}5 = 30 \text{ mm}$$

e la lunghezza libera risulta:

$$L_o = L_f + f = 30 + 10{,}83 = 40{,}83 \text{ mm}$$

Si ha quindi:

$$\frac{L_0}{i} = \frac{40{,}83}{5} = 8{,}2 > \frac{D}{2{,}5}$$